

# الصف الحادي عشر متقدم

## Math Show

## ٩-٢ المتغير العشوائي المنفصل

### قطعة النقود المعدنية

عند رمي قطعة نقود معدنية مرتين (أو رمي قطعة واحدة مرة) فإن جميع النواتج الممكنة يمكن تمثيلها في المخطط الاحتمالي التالي:

القطعة الاولى			
ك	ص		
ص ك	ص ص	ص	القطعة الثانية
ك ك	ك ص	ك	



قامت نور برصد عدد الصور الظاهرة في كل عنصر من النواتج الممكنة

فإن عدد الصور {٠، ١، ٢} ويمكن تسمية عدد مرات ظهور الصورة على الوجه العلوي بالمتغير العشوائي ويرمز له بالرمز  $X$

### التوزيع الاحتمالي

لكل قيمة من قيم المتغير العشوائي الذي تم رصده قيمة احتمالية مناظرة ل(س) تساوي النسبة بين عدد مرات ظهوره وعدد النواتج الممكنة

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

مثال (١)

حجر نرد منتظم له أربعة أوجه مرقمة ١، ٢، ٣، ٤. رُمي حجر النرد مرتين، وكان المتغير العشوائي (س) يمثل مجموع الرقمين الظاهران، أنشئ جدول توزيع احتمالي للمتغير (س)

الحل

الرمية الاولى				
٤	٣	٢	١	
٥	٤	٣	٢	١
٦	٥	٤	٣	٢
٧	٦	٥	٤	٣
٨	٧	٦	٥	٤

المتغير العشوائي س = {٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ل(س)	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

## الصف الحادي عشر متقدم

## Math Show

## ٢-٩ المتغير العشوائي المنفصل

مثال (٢)



الشكل التالي كيس به ٧ كرات، اثنتان باللون الأحمر و ٥ باللون الأزرق  
سحبت كرتان معاً وكان المتغير العشوائي ص يمثل عدد الكرات الحمراء  
المسحوبة. أنشئ جدول توزيع احتمالي للمتغير (ص)

الحل

$$\text{عدد النواتج الممكنة} = \binom{7}{2} = 21$$

قيم المتغير العشوائي (ص) = {٠، ١، ٢}

$$\frac{1}{21} = \frac{\binom{5}{0} \times \binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} = (ص = ٢) ل$$

$$\frac{1}{21} = \frac{\binom{5}{1} \times \binom{2}{1}}{\binom{7}{2}} = (ص = ١) ل$$

$$\frac{1}{21} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{2}{0}}{\binom{7}{2}} = (ص = ٠) ل$$

ويكون جدول التوزيع الاحتمالي

ص	٢	١	٠
ل (ص)	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$

تمارين كتاب الطالب

(١) يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

س	٢	٣	٤	٥
ل (س)	ب	٢ب	$\frac{1}{4}ب$	٣ب

(ب) احسب قيمة ل (٢ &gt; س &gt; ٥)

(أ) أوجد قيمة ب

الحل

$$\sum ل (س) = ١$$

$$١ = ب + ٢ب + \frac{1}{4}ب + ٣ب$$

$$١ = ب \times \frac{12}{4}$$

$$١ = ب \times ٦,٥$$

$$ب = \frac{2}{13}$$

$$ل (٢ > س > ٥) = ل (س = ٥) + ل (س = ٣) + ل (س = ٤)$$

$$= \frac{2}{13} \times ٢ + \frac{1}{13} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{13}$$

## ٢-٩ المتغير العشوائي المنفصل

## Math Show

## الصف الحادي عشر متقدم

(٢) يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ح)

١٥	١٢	٩	٦	٣	ح
$\frac{١٣}{٥٠}$	$٣ - \frac{٤}{٥} ك$	$\frac{ك}{٤}$	$\frac{٢}{٤} ك$	$\frac{٢}{٤} ك$	ل(ح)

(أ) اكتب معادلة بدلالة ك ثم حلها

(ب) لماذا حل واحد فقط من حلولك مقبول؟ اشرح إجابتك

(ج) أوجد ل ( $١٠ > ح \geq ٦$ )

الحل

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

$$1 = \frac{١٣}{٥٠} + \frac{ك}{٤} + \frac{٢}{٤} ك - \frac{٤}{٥} ك + \frac{٢}{٤} ك$$

$$1 = \frac{١٣}{٥٠} + \frac{ك}{٤} + \frac{٢}{٤} ك - \frac{٤}{٥} ك + \frac{٢}{٤} ك$$

$$0 = \frac{٢}{٥٠} + \frac{ك}{٤} - \frac{٢}{٤} ك$$

$$0 = 1 - \frac{٥٢}{٥٠} + \frac{ك}{٤} - \frac{٢}{٤} ك$$

$$0 = 0,٠٦ + ك - \frac{٢}{٤} ك$$

$$0 = (٠,٢ - ك) (٠,٣ - ك)$$

$$ك = ٠,٢ \quad ك = ٠,٣$$

يوجد حل واحد فقط لقيمة ك وهو ك = ٠,٢ لأن بالتعويض عن قيمة ك = ٠,٣ يكون ل(ح=١٢) = ٠,٨ - ٠,٣ × ٣ = ٠,١ - ٠,٩ = -٠,٨ ولا يمكن أن يكون الاح. س = -٠,٨ سالباً

$$ل(١٠ > ح \geq ٦) = ل(٦=ح) + ل(٩=ح)$$

$$ل(١٠ > ح \geq ٦) = (٠,٢) + (٠,٢) = ٠,٤$$

(٣) في مباراة كرة السلة احتمال أن ينجح غانم في تسجيل كل هدف يساوي  $\frac{٧}{٩}$  إذا نفّذ محاولتين، حيث المتغير العشوائي المنفصل (س) يمثل 'عدد مرات تسجيل هدف'

$$(أ) \text{ بين أن } ل(س=٠) = \frac{٤}{٨١}$$

(ب) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س)

الحل

عند تنفيذ محاولتين فإن فرص غانم في التسجيل هي أن يسجل واحدة أو اثنتين أو لا يسجل

$$س = \{٠, ١, ٢\}$$



## ٢-٩ المتغير العشوائي المنفصل

## Math Show

## الصف الحادي عشر متقدم

احتمال تسجيل هدف =  $\frac{7}{9}$ احتمال عدم تسجيل هدف =  $\frac{2}{9}$ 

س	٠	١	٢
	لا يسجل الأولى ولا الثانية	يسجل الأولى أو الثانية أو العكس	يسجل الأولى والثانية
ل(س)	$\frac{4}{81} = \frac{2}{9} \times \frac{2}{9}$	$\frac{28}{81} = 2 \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{9}$	$\frac{49}{81} = \frac{7}{9} \times \frac{7}{9}$

$$\sum_{s \in S} L(s) = 1$$

(٤) زبي حجر نرد منتظم مرتين له ٤ أوجه مرقمة بالأرقام ١، ٢، ٣، ٥ إذا عرف المتغير (س) بأنه مجموع العددين الظاهرين على وجهي الحيزين

(أ) بين أن ل(س=٨) =  $\frac{1}{8}$ 

(ب) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س)، ثم أوجد ل(س &lt; ٦)

الحل

الرمية الأولى				الرمية الثانية
٥	٣	٢	١	
٦	٤	٣	٢	
٧	٥	٤	٣	
٨	٦	٥	٤	
١٠	٨	٧	٦	٥

العدد ٨ يظهر كمجموع العددين (٣ و ٥) أو (٥ و ٣) أي فرصتان من أصل ١٦ فرصة

$$\therefore L(s=8) = \frac{1}{8}$$

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	١٠
ل(س)	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

$$\sum_{s \in S} L(s) = 1$$

$$L(s < 6) = L(s=2) + L(s=3) + L(s=4) + L(s=5) = \frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} = \frac{7}{16}$$

$$L(s < 6) = \frac{7}{16}$$

$$L(s < 6) = \frac{7}{16}$$

## الصف الحادي عشر متقدم

## Math Show

## ٢-٩ المتغير العشوائي المنفصل

(٥) (ق) متغير عشوائي منفصل حيث  $Q \in \{3, 4, 5, 6\}$

(أ) اذا علمت أن  $L(Q) = J$  فأوجد قيمة الثابت ج

(ب) أوجد  $L(Q < 4)$

الحل

ق	٣	٤	٥	٦
L(Q)	ج٩	ج١٦	ج٢٥	ج٣٦

$$1 = ج٩ + ج١٦ + ج٢٥ + ج٣٦$$

$$ج = \frac{1}{٨٦}$$

$$٨٦ ج = ١$$

$$L(Q < 4) = L(Q=3) + L(Q=4) = ج٩ + ج١٦$$

$$L(Q < 4) = ج٢٥ + ج٣٦ = ج٦١$$

$$ج٦١ = ج٢٥ + ج٣٦$$

(٦) اختير أربعة كتب عشوائيا من صندوق يحتوي على ١٠ روايات، و ١٠ مراجع، و ٥ قواميس. يمثل المتغير العشوائي (ن) عدد الروايات التي تم اختيارها.

(أ) أوجد قيمة  $L(N=2)$  لأقرب ثلاثة أرقام معنوية.

(ب) حدّد أيهما أكثر إمكانية للحدوث  $N=0$  أم  $N=4$ ، وبزّر إجابتك.

الحل

$$L(N=2) = \frac{\binom{10}{2} \times \binom{10}{2}}{\binom{20}{4}} = ٠,٣٧٤$$

$$L(N=4) = \frac{\binom{10}{4} \times \binom{10}{0}}{\binom{20}{4}} = ٠,٠١٧$$

$$L(N=0) = \frac{\binom{10}{0} \times \binom{10}{4}}{\binom{20}{4}} = ٠,١٠٨$$

بالتالي يكون إمكانية حدوث  $N=4$  أكبر

## الصف الحادي عشر متقدم

## Math Show

## ٢-٩ المتغير العشوائي المنفصل

(٧) في لعبة تدوير قرص منتظم له أربعة أجزاء مرقمة بالأرقام ٠، ١، ٢، ٣، إذا دوّر لاعب القرص وظهر العدد ١ أو ٢ أو ٣ فتكون هي درجته. وإذا ظهر العدد (٠) عندها يدوّر اللاعب قرصاً منتظماً، أجزاؤه الثلاثة مرقمة بالأرقام ٠، ١، ٢ ونكون درجته هو العدد الذي يظهر نتيجة التدوير. المتغير (س) يمثل درجة اللاعب

$$(أ) \text{ بين أن } ل(س=٠) = \frac{1}{12}$$

(ب) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س) ثم أوجد احتمال أن تكون قيمة س عدداً أولياً

الحل



القرص ١					
٣	٢	١	٠		
٣	٢	١	٠	٠	القرص ٢
٣	٢	١	١	١	
٣	٢	١	٢	٢	

من مخطط الفضاء الاحتمالي ل(س=٠) =  $\frac{1}{12}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{12}$

احتمال أن تكون س عدداً أولياً = ل(س=٢) + ل(س=٣) =  $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

احتمال أن تكون س عدداً أولياً =  $\frac{7}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12}$

(٨) المتغير العشوائي المنفصل (ر) حيث  $ر \in \{١, ٣, ٥, ٧\}$ ، إذا علمت أن ل(ر) =  $\frac{ك(١+ر)}{٢+ر}$

(أ) أوجد قيمة ك (ب) أوجد قيمة ل(ر ≥ ٤)

الحل

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \frac{8}{9} = \frac{1012}{315}$$

ر	١	٣	٥	٧
ل(س)	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{8}{9}$

$$ك = \frac{315}{1012}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{315}{1012} + \frac{4}{5} \times \frac{315}{1012} = \frac{21}{45}$$

$$ل(ر \geq 4) = ل(س=١) + ل(س=٣) = \frac{2}{3} \times \frac{315}{1012} + \frac{4}{5} \times \frac{315}{1012} = \frac{21}{45}$$

$$ل(ر \geq 4) = \frac{21}{45}$$